

Mathematik für Informatiker

Mathematik 2

Jörn Loviscach
2. März 2004

Maximale Punktzahl: 21, Mindestpunktzahl: 8

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Auf $(1, \infty) \times (0, \infty)$ sei eine Funktion f durch $f(x, y) := \log_x(y)$ definiert. Skizzieren Sie auf $(1, 3] \times (0, 3]$ die Isolinie $f(x, y) = 1$ und die Isolinie $f(x, y) = 2$. 2 P.
2. Auf \mathbb{R}^2 sei eine Funktion f durch $f(x, y) := 2x^2y + y^2 - 8y + 7$ definiert. Besitzt f relative Extrema? Wenn ja, an welchen Punkten (x, y) ? Handelt es sich jeweils um ein relatives Maximum oder ein relatives Minimum? Begründung! 2 P.
3. Auf \mathbb{R}^3 sei eine Funktion f durch $f(x, y, z) := \sin(x^2) + yz^3$ definiert. Bestimmen Sie den Gradientenvektor am Punkt $(0, 2, 1)$ Ermitteln Sie damit in linearer Näherung den Wert $f(0,2; 1,99; 1,1)$. 2 P.
4. Integrieren Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) := x + y^2$ über die Fläche des (unregelmäßigen) Vierecks mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(2, 1)$ und $(1, 1)$. 2 P.

5. Für $t \in \mathbb{R}$ sei eine Kurve definiert durch 2 P.

$$\vec{p}(t) := \begin{pmatrix} e^t \cos(t) \\ e^t \sin(t) \end{pmatrix}.$$

Geben Sie einen Parameterwert t an, an dem die Tangente an diese Kurve parallel zur y -Achse verläuft. (Lösung nicht eindeutig.) Bestimmen Sie außerdem die Länge des Kurvenstücks von $t = 0$ bis $t = 1$.

6. Eine Funktion f sei für $t \in [0, 5)$ definiert durch 3 P.

$$f(t) := \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 4, \\ t - 4, & \text{falls } 4 \leq t < 5 \end{cases}$$

und auf alle $t \in \mathbb{R}$ periodisch fortgesetzt. Bestimmen Sie den Gleichspannungsanteil sowie den komplexen Fourier-Koeffizienten c_3 . Hinweis: partielle Integration.

7. Am Anfang (d. h. $t = 0$) liegt 1 m Schnee. Pro Tag fallen 20 cm Schnee. Und jeden Tag fällt der vorhandene Schnee um 10 % in sich zusammen. Wie entwickelt sich die Schneehöhe in Abhängigkeit von der Zeit? 2 P.
8. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 2 P.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = x^2.$$

9. Angenommen, von zehn Menschen ist im Durchschnitt einer Linkshänder. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von zehn Leuten *mindestens* eine Person Linkshänder ist? 2 P.
10. Sie haben ein Programm geschrieben, das auf 10 % der Windows-98-Rechner abstürzt, dagegen nur auf 1 % der übrigen Systeme. Wir nehmen an, 20 % Prozent der Benutzer haben Windows 98. Nun berichtet jemand, dass das Programm bei ihm abstürzt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit benutzt er Windows 98? 2 P.