

Mathematik für Informatiker

Mathematik 2

Jörn Loviscach
Probeklausur 31. Januar 2003

Maximale Punktzahl: 21, Mindestpunktzahl: 8

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Auf \mathbb{R}^2 sei eine Funktion f durch $f(x, y) := \frac{4xy-3}{(xy)^2+1}$ definiert. Skizzieren Sie auf $[-2, 2] \times [-2, 2]$ die Isolinie $f(x, y) = 0$ und die Isolinie $f(x, y) = 1$. 2 P.
2. Auf \mathbb{R}^2 sei eine Funktion f durch $f(x, y) := 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 7$ definiert. Besitzt f relative Extrema? Wenn ja, an welchen Punkten (x, y) ? Handelt es sich jeweils um ein relatives Maximum oder ein relatives Minimum? Begründung! 2 P.
3. Auf \mathbb{R}^2 sei eine Funktion f durch $f(x, y) := x^2 \sin(y)$ definiert. Stellen Sie eine Gleichung für die Tangentialebene an diese Funktion an der Stelle $(x, y) = (1, 0)$ auf. Geben Sie einen Punkt (x, y) in der Nähe von $(1, 0)$ an, an dem die Funktion in linearer Näherung den Wert 0,01 besitzt (nicht eindeutig). 2 P.
4. Integrieren Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) := x^2 + y$ über das 2 P.

Dreieck mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 1)$ und $(1, 2)$.

5. Auf der Schraubenlinie 2 P.

$$\vec{p}(t) := \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$$

wandert man ab $t = 0$ eine Wegstrecke von 5 entlang der Kurve aufwärts. An welchem Punkt (x, y, z) des Raums landet man dann?

6. Eine Funktion f sei für $t \in [0, 2)$ definiert durch 3 P.

$$f(t) := \begin{cases} t, & \text{falls } 0 \leq t < 1, \\ 0, & \text{falls } 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

und auf alle $t \in \mathbb{R}$ periodisch fortgesetzt. Bestimmen Sie den Gleichspannungsanteil sowie den komplexen Fourier-Koeffizienten c_3 . Hinweis: partielle Integration.

7. In einen Wasserspeicher fließen pro Tag 10 Liter Wasser hinzu, gleichzeitig versickert pro Tag ein Prozent des jeweils enthaltenen Wassers. Zum Zeitpunkt 0 enthält der Behälter 200 Liter Wasser. Stellen Sie eine Differentialgleichung für die Menge des enthaltenen Wassers auf und lösen Sie diese. 2 P.
8. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 2 P.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 10y = 20.$$

9. Sie bieten ein Glückspiel an, das monatlich exakt 100mal benutzt wird. Ein Teilnehmer muss 1 € setzen. Dann wird gerecht eine Zahl zwischen 1 und 6 gewürfelt. Fällt die 1, erhält der Teilnehmer seinen Einsatz zurück und weitere 4 € obendrauf. Fällt eine andere Zahl, verliert er den Einsatz. Welchen Gewinn machen Sie im Durchschnitt pro Monat mit diesem Spiel? 2 P.
10. Sie stellen per Statistik fest, dass im Schnitt jeder zehnte Kunde Ihrer Website seine Rechnung nicht begleicht. Gestern hatten Sie 30 Kunden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt das Ereignis ein, dass genau 5 von diesen 30 ihre Rechnung nicht begleichen und die übrigen 25 bezahlen? 2 P.