

# Mathematik für Informatiker

## Mathematik 2

Jörn Loviscach, Hartmut Scholz  
31. Mai 2005

Maximale Punktzahl: 20, Mindestpunktzahl: 8

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Auf  $\mathbb{R}^2$  sei eine Funktion  $f$  durch  $f(x, y) := x/e^y$  definiert. Skizzieren Sie auf  $[-2, 2] \times [-2, 2]$  die Menge der  $(x, y)$  mit  $f(x, y) = 1$  und die Menge der  $(x, y)$  mit  $f(x, y) = 2$ . 2 P.
2. Auf  $\mathbb{R}^2$  sei eine Funktion  $f$  durch  $f(x, y) := x^2 \sin(y)$  definiert. Kann man mit der Hesse-Matrix entscheiden, ob  $f$  relative Extrema besitzt? 2 P.
3. Integrieren Sie die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) := \frac{x}{(x^2+y^2)^2}$  über die gesamte Ebene  $\mathbb{R}^2$  mit Ausnahme der Einheitskreisscheibe um den Ursprung. 2 P.
4. Für  $t \in \mathbb{R}$  sei eine Kurve definiert durch 2 P.

$$\vec{p}(t) := \begin{pmatrix} t + \cos(t) \\ \sqrt{2} \sin(t) \\ 1 + t - \cos(t) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Länge des Kurvenstücks von  $t = 0$  bis  $t = \pi/2$ .

5. Eine Funktion  $f$  sei für  $x \in [0, 4\pi)$  definiert durch 2 P.

$$f(x) := \begin{cases} x, & \text{falls } 0 \leq x < 2\pi, \\ 2\pi, & \text{falls } 2\pi \leq x < 4\pi \end{cases}$$

und auf alle  $x \in \mathbb{R}$  periodisch fortgesetzt. Skizzieren Sie die Funktion. Bestimmen Sie

- entweder: die Fourier-Koeffizienten  $a_0$  und  $b_4$
- oder: den Gleichspannungsanteil der Fourier-Reihe sowie den komplexen Fourier-Koeffizienten  $c_4$ .

6. Die Punkte  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  und  $(0, 1)$  dienen als Koeffizienten einer Bézier-Kurve. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Kurve und bestimmen Sie den Geschwindigkeitsvektor zur Zeit  $\frac{1}{2}$ . 2 P.

7. Finden Sie die allgemeine Lösung  $y$  der Differentialgleichung 2 P.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t + t^3}{e^y}.$$

8. Finden Sie die allgemeine Lösung  $y$  der Differentialgleichung 2 P.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = e^t.$$

9. Auf Ihrer Website stehen zwei Dateien zum Download: Die Datei A ist 1 MByte groß, die Datei B dagegen 10 MByte. Sie wissen aus der Vergangenheit, dass jeder zweite Besucher der Website die Datei A herunterlädt, von den übrigen Hälfte der Besucher ein Drittel die Datei B herunterlädt und alle anderen keinen Download starten. Welche Download-Datenmenge erwarten Sie im Schnitt pro Besucher? 2 P.
10. Sie haben im Schnitt jeden Tag zehn Besucher auf Ihrer Website. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie morgen *keinen* Besucher auf der Website haben? (Mit welcher Verteilung modellieren Sie das?) 2 P.