Praktikum 3

Mathematik II für Regenerative Energien

Jörn Loviscach

Versionsstand: 11. Mai 2009, 18:19

1. In einem $\mathbb{R}^n$ seien ein Vektor $\mathbf{a}$ und ein Vektor $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ gegeben. Wie kann man $\mathbf{a}$ mit dem Skalarprodukt in einen Teil parallel/antiparallel zu $\mathbf{b}$ und einen Teil senkrecht dazu zerlegen?

2. Ein Körper drehe sich mit u Umdrehungen pro Sekunde um die z-Achse (Richtung: Rechte-Hand-Regel). Finden Sie eine zeitabhängige Matrix $R(t)$, so dass $R(t)\mathbf{x}$ für jeden Ortsvektor $\mathbf{x}$ angibt, wo der Punkt des Körpers, der zur Zeit 0 bei $\mathbf{x}$ war, nach der Zeit t ist. Zeigen Sie, dass der Geschwindigkeitvektor dieses Punkts zur Zeit t gleich $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi u \end{pmatrix} \times R(t)\mathbf{x}$ ist.

3. Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks im $\mathbb{R}^2$ mit den Eckpunkten $(1|2)$, $(5|3)$ und $(4|4)$ erstens mit Sinus und Freunden, zweitens mit der Determinante und drittens nach Ergänzen der Komponente $z = 0$ mit dem Vektorprodukt.

4. Bestimmen Sie allgemein die inverse Matrix von $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, indem Sie ein entsprechendes Gleichungssystem lösen.

5. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\left\{ \begin{array}{rcrcl} x & + & z & = & 3 \\ y & - & z & = & 2 \\ x & - & 4z & = & 5 \end{array} \right.$$

mit der Cramerschen Regel. Lesen Sie aus der Lösung die inverse Matrix der Koeffizientenmatrix ab.

6. Drei Spannungspotenziale U_1 bis U_3 seien über jeweils einen Widerstand R_1 bis R_3 mit einem gemeinsamen Knoten verbunden. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem für die Ströme durch die drei Widerstände und für das Potenzial am Knoten auf. Warum besitzt dieses Gleichungssystem genau eine Lösung, wenn nicht zwei oder alle drei Widerstände $0\,\Omega$ haben?