

# Mathematik I für Regenerative Energien

## Klausur vom 15. März 2010

Jörn Loviscach

Versionsstand: 14. März 2010, 18:28

*Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: vier einseitig oder zwei doppelseitig beschriftete Blätter Formelsammlung beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Taschenrechner oder Computer; kein Skript; keine andere Formelsammlung.*

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in Mailingliste fhbwis0910

### Fingerübungen

- Lösen Sie nach  $x \in \mathbb{R}$  auf:  $\log_3(\sqrt{5^x} + 1) = 2$ .
- Skizzieren Sie für  $x \in [0, 2\pi]$  den Verlauf dieser drei Funktionen in einem gemeinsamen Koordinatensystem:
  - $x \mapsto \cos(2x)$ ,
  - $x \mapsto \sin(2x + \pi)$ ,
  - $x \mapsto \sin(2(x + \pi))$ .

Geben Sie an, welche der Kurven welche der Funktionen darstellen soll. Zeichnen Sie die Einheiten der Achsen ein.

- Gesucht sind zwei komplexe Zahlen  $z_1$  und  $z_2$  mit folgenden beiden Eigenschaften: Ihre Summe ist  $2i$ , ihr Produkt ist  $3$ .
- Die Seite  $c$  eines Dreiecks hat die Länge  $5$ . Diese Seite bildet einen Winkel von  $45^\circ$  mit der Seite  $a$ . Die Seite  $b$  hat die Länge  $4$ . Bestimmen Sie den Winkel gegenüber der Seite  $c$ . Ist der eindeutig festgelegt?
- Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion

$$x \mapsto \frac{\sin(3x)}{x^2 + 1} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- Besitzt die Funktion  $x \mapsto x^3 - 6x^2 + 12x + 7$  für  $x \in \mathbb{R}$  ein lokales Maximum? Begründung!

*Bitte wenden!*

### Kreative Anwendung

7. Der Ausdruck  $(a + b + c + d)^5$  werde komplett ausmultipliziert:

$$(a + b + c + d)^5 = a^5 + 5a^4b + 5a^4c + \dots + C \cdot a^2bcd + \dots + d^5.$$

Geben Sie die Zahl  $C$  an. Anders gefragt: Wie oft kommt  $a^2bcd$  vor?

8. Lösen Sie die Ungleichung  $x^2 \geq \sin(x) - 1$  für  $x \in \mathbb{R}$ . Hinweis: Welche Werte können auf der rechten Seite überhaupt nur vorkommen?
9. Ein Polynom  $p$  mit Grad 3 hat eine doppelte Nullstelle bei  $x = 2$  und eine einfache Nullstelle bei  $x = 3$ . Für  $x = 0$  hat es den Wert  $p(0) = 5$ . Geben Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für das Polynom an.
10. Eine Bakterienkolonie enthält zu den angegebenen Zeitpunkten die angegebenen Zahlen an Bakterien:

Zeit	Anzahl
0 h	1000
10 h	2000
30 h	6000

Kann man hier von einem exponentiellen Wachstum (also von einer Exponentialfunktion) sprechen oder nicht? Begründung!

11. Bestimmen Sie

$$\int_3^5 \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

per Substitution  $u = \ln(x)$ .

12. Eine stetige Zufallsvariable  $X$  nehme nur Werte aus dem Intervall  $[3;5]$  an. Sie habe die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(x) = cx$  für  $x \in [3;5]$ . Dabei ist  $c$  eine unbekannte Konstante. Geben Sie eine Zahl  $m$  an, so dass die Zufallsvariable in der Hälfte der Versuche einen Wert kleiner als  $m$  hat und in der anderen Hälfte der Versuche einen Wert größer als  $m$  hat.