Mathematik 2 für Regenerative Energien

Probeklausur

Jörn Loviscach

Versionsstand: 28. Juni 2010, 21:37

Diese Aufgaben zeigen die Länge der Klausur und die Art der Fragen. Die Themen können aus der gesamten Vorlesung stammen; die Praktikumsaufgaben (immer ohne die vierte, fortgeschrittene) geben hier eine Orientierung. Bei dieser Klausur ist Wolfram Alpha noch nicht als Hilfsmittel zugelassen, was ich mit Hilfe der Log-Dateien des VPN und per Handy-Detektor sicherstellen werde.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunkzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in Mailingliste

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^2$ sind ein Kreis und eine Gerade gegeben. Der Kreis hat den Mittelpunkt $M(1|2)$ und den Radius 3. Die Gerade verläuft durch die Punkte $A(1|1)$ und $B(3|2)$. Schneiden sich Kreisline und Gerade? Wenn ja, in welchen Punkten? Rechnen, nicht aus einer Skizze ablesen!

2. Finden Sie eine *spezielle* Lösung der Differentialgleichung $y'' + 4y \stackrel{!}{=} \sin(3x)$ (Lösung nicht eindeutig).

3. Finden Sie durch Trennung der Variablen die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} y\sqrt{x+2}$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 5$.

4. Bestimmen Sie den komplexen Fourier-Koeffizienten c_3 für die Funktion f, welche die Periode 5 hat und für $t \in [0;5)$ durch $f(t) := e^t$ gegeben ist.

5. Geben Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades (= Schmiegeparabel) für die Funktion $f(x) := \sin(x^2)$ bei Entwicklung an der Stelle $x_0 = \sqrt{\pi}$ an.

6. Bestimmen Sie die Tangentialebene der Funktion $f(x,y) := x^2/\sqrt{y-2}$ an der Stelle $(x_0|y_0) = (2|3)$. Schätzen Sie damit die Zahl $2{,}001^2/\sqrt{2{,}998-2}$.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie zwei Ebenen im $\mathbb{R}^3$ an, die keine Punkte gemeinsam haben. Verwenden Sie die Punkt-Richtungs-Form, um die Ebenen anzugeben (keine eindeutige Lösung).

8. Ersetzen Sie das Fragezeichen so durch eine reelle Zahl, dass die entstehende Matrix den Defekt 1[c1] hat:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{?} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

9. Geben Sie eine 2×2-Matrix an, welche den Eigenvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ zum Eigenwert 2 und obendrein den Eigenvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ zum Eigenwert 3 hat.

10. Finden Sie mit Hilfe eines geeigneten Ansatzes eine *spezielle* Lösung der nichtlinearen Differentialgleichung $y\,y'' = x^4$ (Lösung nicht eindeutig).

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s+s^2}$ ist.

12. Bestimmen Sie das Volumen zwischen der Kreisscheibe mit Radius 5 um den Ursprung in der xy-Ebene und dem Paraboloid $z = x^2 + y^2$.

[c1] jl: Defekt 2