

Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 27. Juni 2011

Jörn Loviscach

Versionsstand: 10. Juli 2011, 16:40



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunkt^{c1}zahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

^{c1} text added by jl

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in ILIAS

Fingerübungen

1. Im \mathbb{R}^3 ist die Gerade gegeben, die durch die zwei Punkte $A(2|2|1)$ und $B(4|5|2)$ geht. Welche der drei Koordinatenachsen schneidet diese Gerade? (Die Schnittpunkte selbst sind nicht gefragt.)
2. Bestimmen Sie von der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ zwei Eigenvektoren, die nicht parallel zueinander sind (keine eindeutige Lösung).
3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} \frac{y^2}{x}$ zur Anfangsbedingung $y(2) \stackrel{!}{=} 3$.
4. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_2 für die Funktion f , welche die Periode 3 hat, für $t \in [0;1)$ gleich t ist und für $t \in [1;3)$ gleich 0 ist.
5. Hat die Funktion $f(x, y) := 3x^2 - 2xy - 2x + 3y^2 - 10y + 5$ an der Stelle $(x_0|y_0) = (1|2)$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.
6. Integrieren Sie die Funktion $f(x, y) := x + 2y$ über das obere rechte Viertel der Kreisscheibe mit Radius 3 um den Ursprung des \mathbb{R}^2 .

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie eine Matrix an, deren Kern gleich der folgenden Ebene ist:

$$\lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Zahl der Spalten und die Zahl der Zeilen der Matrix sind Ihnen überlassen (keine eindeutige Lösung).

8. Finden Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y''' + y \stackrel{!}{=} \sin(x)$. (Lösung nicht eindeutig)
9. Gegeben ist die Differentialgleichung $y'' + 3y' + ay \stackrel{!}{=} 0$ mit einer unbekanntem, aber festen reellen Zahl a . Diese Zahl soll so eingestellt werden, dass alle Lösungen der Differentialgleichung exponentiell abklingen, ohne dabei zu schwingen. Geben Sie Menge aller dafür möglichen Werte von a an.
10. Bestimmen Sie die reelle Zahl b so, dass die Funktion $x \mapsto be^x$ an einer passenden Stelle x_0 die Parabel $y = x^2 + 1$ als Schmiegeparabel hat.
11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^5 + 9s^3}$ ist.
12. Angenommen, die Höhenlinien für der Funktion $f(x, y) := x^2 \sqrt{y}$ wären wie auf einer Landkarte geplottet. Durch die Stelle $(x_0 | y_0) = (5 | 16)$ läuft genau eine Höhenlinie. Man legt ein Lineal tangential zu dieser Höhenlinie an diesen Punkt. Geben Sie eine Geradengleichung für das Lineal an.