Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 19. September 2011

Jörn Loviscach

Versionsstand: 19. September 2011, 01:31

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in ILIAS

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^2$ sind zwei Geraden gegeben: die erste läuft durch die Punkte $A(1|2)$ und $B(4|5)$, die zweite durch die Punkte $C(4|3)$ und $D(2|6)$. Schneiden sich diese beiden Geraden? Wenn ja, wo? (Rechnung, nicht aus Zeichnung ablesen!)

2. Berechnen Sie die Determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y'' + 3y \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(0) \stackrel{!}{=} 5$ und $y'(0) \stackrel{!}{=} 0$.

4. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_0 und a_2 für die Funktion f, welche die Periode 5 hat, für $t \in [4;5)$ gleich 3 ist und für $t \in [0;4)$ gleich 0 ist.

5. Schätzen Sie den Wert von $\frac{1}{\sqrt{4{,}01}}$ mit Hilfe der quadratischen Schmiegeparabel an die Funktion $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ an der Stützstelle $x_0 = 4$.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := -x^2 + 6xy + 8x - y^2 - 16y - 14$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene gegeben, die durch die drei Punkte $A(1|2|3)$, $B(4|5|3)$ und $C(2|3|4)$ verläuft. Geben Sie die Gleichung einer Ebene im $\mathbb{R}^3$ an, die diese Ebene senkrecht schneidet (keine eindeutige Lösung).

8. Geben Sie Rang und Defekt für diese Matrix an:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

9. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \overset{!}{=} x^3 y$ zur Anfangsbedingung $y(5) \overset{!}{=} -7$.

10. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y' - 2y \overset{!}{=} e^{2x}$ an (keine eindeutige Lösung).

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{s+1}{(s-2)s^2}$ ist.

12. Integrieren Sie die Funktion $f(x,y,z) := z$ über die obere Hälfte (d. h. $z \geq 0$) der Vollkugel mit Radius 3 um den Ursprung des $\mathbb{R}^3$. Hinweis: $\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$.