1) $$\%. = -4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

Entwicklung nach der 3. Spalte

$$= -4 \cdot \big(3 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \cdot 1 - (-1) \cdot 4 \cdot 2 - 1 \cdot (-2) \cdot 3 - 3 \cdot 2 \cdot 2\big)$$

2x Sarrus

$$+ 3 \cdot \big(0 + 2 \cdot 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 \cdot 1 - 0 - 1 \cdot 1 \cdot 3 - 3 \cdot 1 \cdot 2\big)$$

$$= -4 \cdot (36 + 4 + 4 + 8 + 6 - 12) + 3 \cdot (-2 + 2 - 3 - 6)$$

$$= -4 \cdot 46 - 27 = -211$$

2) Zwei Kantenvektoren: $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Fläche des Dreiecks $= \frac{1}{2}$ Fläche des Parallelogramms

$$= \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\|$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{25 + 9 + 16} = \frac{1}{2} \sqrt{50} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

3) Inverse Matrix existiert, weil A quadratisch und $\det(A) = 3\cdot 1 - 4\cdot 2 \neq 0$.

Ansatz: $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2c = 1 \\ 3b + 2d = 0 \\ 4a + c = 0 \\ 4b + d = 1 \end{cases}$$

$3a + 2(-4a) = 1$

$\Rightarrow -5a = 1$

$\Rightarrow a = -1/5$

$\Rightarrow c = 4/5$

$4b + \left(-\frac{3}{2}b\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{5}{2}b = 1$

$\Rightarrow b = 2/5$

$\Rightarrow d = -\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5} = -\frac{3}{5}$

Also $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/5 & 2/5 \\ \frac{4}{5} & -3/5 \end{pmatrix}$.