Seminar 5

Jörn Loviscach

Versionsstand: 17. April 2011, 14:45

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/ or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

1. Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 8/5 & 7/5 & -4/5 \\ -6/5 & 6/5 & -7/5 \end{pmatrix}$$

   und geben Sie für jeden der Eigenwerte einen Eigenvektor an. Hinweis: Einer der Eigenwerte ist 1.

2. Zeigen Sie, dass eine *symmetrische* 2×2-Matrix mindestens einen (reellen) Eigenwert haben muss.

3. Eine *symmetrische* 2×2-Matrix habe zwei verschiedene Eigenwerte. Zeigen Sie, dass jeder Eigenvektor zu dem einen Eigenwert senkrecht auf jedem Eigenvektor zu dem anderen Eigenwert stehen muss.

4. Betrachten Sie die Menge der zweimal stetig differenzierbaren Funktionen auf dem Intervall $x \in [0,1]$, die an $x = 0$ und $x = 1$ den Wert 0 haben. Welche dieser Funktionen werden zu einem Vielfachen von sich, wenn man sie zweimal ableitet? Hinweis: Setzen Sie zum Beispiel $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots$ mit festen Zahlen $a_0, a_1, a_2, \ldots$ an. Welche Bedingungen müssen die Zahlen $a_0, a_1, a_2, \ldots$ erfüllen? Und was hat das mit dem Thema „Eigenvektoren“ zu tun?