Praktikum 12

1) Lokale Min/Max. allenfalls, wenn

$$0 \overset{!}{=} \frac{d\,\%}{dx} = 3x^2 + 8x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{1}{3}}$$

$$= -\frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{19}}{3}$$

Das ist beides klar außerhalb von [2; 3]. Also nur Randminima/maxima.

Verlauf: 

führender Term x^3

zwei lok. Extrema

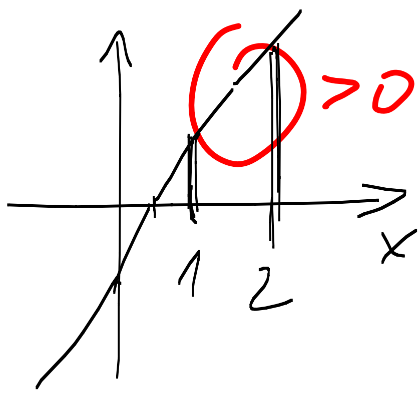
Also kleinster Wert links: ↓

$8+16-2+2 = 24$

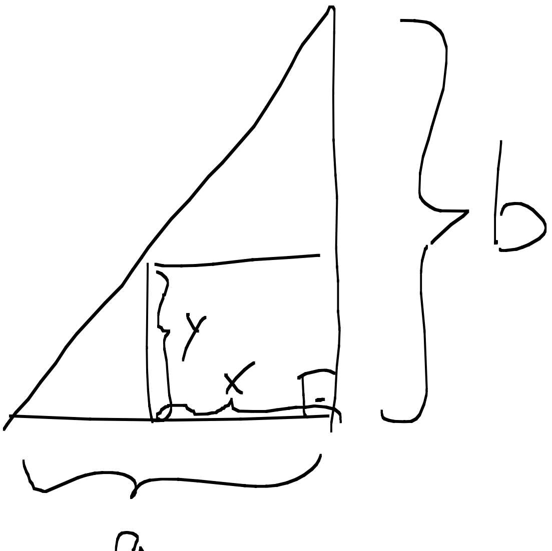
Und größter Wert rechts:

$27+36-3+2 = 62$

2) $\frac{d e^{x^2-x}}{dx} = \underbrace{e^{x^2-x}}_{>0} \cdot \underbrace{(2x-1)}_{} > 0 \quad \square$



3)

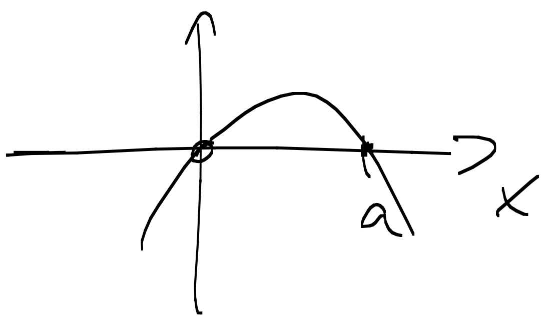


$$\frac{y}{a-x} = \frac{b}{a}$$

$$\Longrightarrow y = \frac{b}{a}(a-x)$$

Fläche $= xy = x\frac{b}{a}(a-x)$.

Verlauf klar:



Also Maximum (lokal + global) bei $x = \frac{a}{2}$, weil Parabel symmetrisch*.

* Gilt nur für quadratische Parabel!

Max. Fläche =

$$\frac{\cancel{a}}{2} \frac{b}{\cancel{a}} \left(a - \frac{a}{2}\right) = \frac{ab}{4}.$$

((Oder zu Fuß: Lok. Max. kann nur passieren, wenn

$$0 = \frac{d}{dx}\left(x \frac{b}{a}(a-x)\right)$$

$$= \frac{b}{a}(a-x) + x\frac{b}{a} \cdot (-1)$$

$$= \frac{b}{\cancel{a}}\cancel{a} - \frac{b}{a}x - x\frac{b}{a} = b - \frac{2b}{a}x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a}{2}.$$

Prüfe 2. Ableitung: $\frac{d^2}{dx^2}\left(x\frac{b}{a}(a-x)\right)$

$$= \frac{d}{dx}\left(b - \frac{2b}{a}x\right) = -\frac{2b}{a} < 0.$$

Also sicher lok. Max.

Wert hier ist $\frac{ab}{4}$.

Wert am linken Rand $(x=0)$
ist $0\,\frac{b}{a}(a-0) = 0$, also kleiner.
Wert am rechten Rand $(x=a)$
ist $a\,\frac{b}{a}(a-a) = 0$, also kleiner.

Also ist dies der maximale Wert.