## Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 4. Juli 2012

Jörn Loviscach

Versionsstand: 3. Juli 2012, 22:30



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/ or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name Vorname

## Fingerübungen

- 1. Im  $\mathbb{R}^3$  ist die Ebene durch die Punkte (1|1|1), (4|3|2) und (1|2|3) gegeben. Geben Sie eine Gleichung der Gerade an, die durch den Ursprung und senkrecht durch diese Ebene verläuft.
- 2. Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ .
- 3. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung  $y'' + 3y' \stackrel{!}{=} x^2$  an.
- 4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung  $y' \stackrel{!}{=} \frac{x}{y+1}$  zur Anfangsbedingung  $y(5) \stackrel{!}{=} 3$ .
- 5. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich  $\frac{s^2+1}{s^3-s^2}$  ist.
- 6. Hat die Funktion  $f(x, y) := 3x^2 14xy + 10x + 8y^2 + 10y$  and der Stelle  $(x_0|y_0) =$ (3|2) ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

## **Kreative Anwendung**

- 7. Der  $\mathbb{R}^2$  werde um +90° um den Ursprung gedreht und dann an der y-Achse gespiegelt. Geben Sie die Matrix an, mit der man diese Abbildung so schreiben kann: neuer Ortsvektor = Matrix mal alter Ortsvektor.
- 8. Geben Sie in Zahlen eine  $2 \times 3$ -Matrix an, deren Kern die Menge  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y\}$  ist (keine eindeutige Lösung).
- 9. Schätzen Sie  $\sqrt[3]{9}$ , indem Sie die kubische Wurzelfunktion an der Stelle  $x_0 = 8$  linear nähern. Geben Sie außerdem eine Schranke für den Fehler Ihrer Schätzung von  $\sqrt[3]{9}$  an.
- 10. Gehen alle Lösungen der Differentialgleichung  $y'' 9y \stackrel{!}{=} 0$  für  $x \to \infty$  gegen null? Begründung!
- 11. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten  $a_2$  und  $b_2$  für die Funktion f, welche die Periode 10 hat und für  $t \in [0;10)$  gleich 5-t ist. Symmetrie ausnutzen!
- 12. In der xy-Ebene ist eine schneckenförmige Menge durch Polarkoordinaten beschrieben: Für jeden Winkel  $\phi \in [0; 2\pi]$  besteht die Menge aus genau den Punkten mit Radien  $r \in [0, \frac{\phi}{2\pi}]$ . Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Menge.