Praktikum 4

1)

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & 3 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot(-2) \\ \cdot(-1) \end{matrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & -4 & -6 & -9 \\ 0 & -8 & -1 & -3 \end{matrix} \quad \cdot(-2)$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & -4 & -6 & -9 \\ 0 & 0 & 11 & 15 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \quad z = 15/11, \quad \underbrace{-4y - 6\cdot\frac{15}{11} = -9}_{y = -\frac{1}{4}\left(-9+6\cdot\frac{15}{11}\right) = \frac{9}{44}},$$

$$\underbrace{2x + 3\cdot\frac{9}{44} + 4\cdot\frac{15}{11} = 5}_{x = \frac{1}{2}\left(5 - 3\cdot\frac{9}{44} - 4\cdot\frac{15}{11}\right) = -\frac{47}{88}}.$$

2) Koeffizientendeterminante:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix} = 12+12-80-16+20-36 = -88$$

$\neq 0$, also Cramer ok.

$$x = -\frac{1}{88}\begin{vmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{88}\left(30+12-20-16+50-9\right)$$

$$= -47/88$$

$$y = -\frac{1}{88}\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{88}\left(6+20+32-8-8-60\right)$$

$$= 18/88$$

$$z = -\frac{1}{88}\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & 2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{88}\left(8+6-100-20+10-24\right)$$

$$= 120/88$$

3) E.V. zu E.W. 24:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Muss $\perp$ auf den Zeilen der Matrix stehen.

Probiere:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Ist auch $\perp$ zu dritter Zeile!

$\Rightarrow$ E.V.: $\lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \neq 0$

E.V. zu E.W. 30:

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vielfache! Vektorprodukt würde 0 sein!

Statt dessen: $\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \text{E.V.}: \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit μ, ν nicht beide $= 0$.