Praktikum 5

1. Ansatz: $y(x) = e^{\lambda x}$

$\Rightarrow \lambda^2 - 7\lambda = 0$

$\Rightarrow \lambda = 7 \vee \lambda = 0$

Allgemeine Lösung:

$y(x) = A_1 e^{7x} + A_2 \cdot \underbrace{\cancel{e^{0x}}}_{1}$

Anfangsbedingung:

$$\begin{cases} A_1 e^{28} + A_2 = 3 \\ A_1 \cdot 7 e^{28} = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow A_1 = \frac{1}{7} e^{-28}$

$A_2 = 3 - \frac{1}{7} e^{-28} \cdot e^{28} = 2\frac{6}{7}$

2. Spezielle Lösung:

Ansatz $y(x) = Cx^2 + Dx + E$

Einsetzen:

$$2C - 7(2Cx + D) = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -14C = 1 & ((x^1)) \\ 2C - 7D = 0 & ((x^0)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow C = -1/14 \,,\; D = -1/49 \,,$$

E = beliebig

Allgemeine Lösung:

$$y(x) = \underbrace{A_1 e^{7x} + A_2}_{\text{siehe Aufgabe 1!}} - \frac{x^2}{14} - \frac{x}{49}$$

Anfangsbedingung:

$$\begin{cases} A_1 e^{28} + A_2 - \frac{16}{14} - \frac{4}{49} = 3 \\ A_1 \cdot 7 e^{28} \qquad - \frac{4}{7} - \frac{1}{49} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_1 = \underbrace{\left(1 + \frac{4}{7} + \frac{1}{49}\right)}_{\frac{78}{49}} \frac{e^{-28}}{7}$$

$$= \frac{78}{343} e^{-28}$$

$$\Rightarrow A_2 = 3 + \frac{16}{14} + \frac{4}{49} - \frac{78}{343}$$

$$= 1371/343$$

((Sorry für die krummen Zahlen!))

3. homogene Form:

$\dot{x} = x$ ((!))

Allgemeine Lösung:

$x(t) = A e^t$

((ggf. per Ansatz $x(t) = e^{\lambda t}$))

Eine spezielle Lösung der inhomogenen Form:

$x(t) = -5$.

$\Rightarrow$ Allgemeine Lösung der inhomogenen Form:

$x(t) = A e^t - 5$

Anfangsbedingung:

$A e^4 - 5 = 3$

$\Rightarrow A = 8 e^{-4}$