

Praktikum 7

$$1) \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y' \\ y'' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y'' \\ y''' \\ (y' + x)/(1 + y^2) \end{pmatrix}$$

Also DGL-System:

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ (y_1 + x)/(1 + y_0^2) \end{pmatrix}$$

y_0 löst die ursprüngliche DGL.

2) E.W. von $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 4 - 4\lambda + \lambda^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 2 \pm \sqrt{4-3} \Leftrightarrow \lambda = 3 \vee \lambda = 1$$

$$\text{E.V. zu EW 3: } \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \vec{0}$$



↖ z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\text{E.V. zu EW } \lambda: \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \vec{0}$$

\uparrow z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Allgemeine Lösung:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = A_1 e^{3x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + A_2 e^x \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3) \exp \left(\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2}{2} + \frac{\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^3}{6} + \dots$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

also auch alle weiteren Potenzen = $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$