Praktikum 12

1) Notwendig: Gradient $= \vec{0}$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2(x+y-3) + 2(x-y-1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2(x+y-3) - 2(x-y-1)$$

Also $(x_0|y_0)$ Kandidat für Stelle mit lok. Max./Min, wenn

$$\begin{cases} 2(x_0+y_0-3) + 2(x_0-y_0-1) = 0 \\ \quad // \quad - \quad // \quad = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x_0+y_0-3 = 0 \wedge x_0-y_0-1=0$$

$$\Leftrightarrow x_0 = 2 \wedge y_0 = 1$$

Ist da wirklich was?

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2+2 = 4 \quad ,$$

$\downarrow$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2+2 = 4,$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$

netterweise hier konstant

$\Rightarrow$ Hesse-Matrix $= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$= 4 \cdot \mathbb{1}$

$\Rightarrow$ nur E.W. $4 > 0$

$\Rightarrow$ lokales Minimum an $(2|1)$

((Das kann man auch sofort an der Funktionsgleichung sehen! Wie?))

2) Notwendig: Gradient $= \vec{0}$

$\frac{\partial f}{\partial x} = 4(x+y-3)^3 + 6(x-y-1)^5$

$\frac{\partial f}{\partial y} = 4(x+y-3)^3 - 6(x-y-1)^5$

Also $(x_0|y_0)$ Kandidat für Stelle mit lok. Max./Min, wenn:

$$\begin{cases} 4(x_0+y_0-3)^3+6(x_0-y_0-1)^5=0 \\ \quad '' \quad - \quad '' \quad =0 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \quad x_0+y_0-3=0 \wedge x_0-y_0-1=0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x_0=2 \wedge y_0=1$$

Ist da wirklich was?

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=12(x+y-3)^2+30(x-y-1)^4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}= \quad '' \quad + \quad ''$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}= \quad '' \quad - \quad ''$$

an $(x_0|y_0)=(2|1)$:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2;1)&=0 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2;1)&=0 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(2;1)&=0 \end{aligned}\right\} \text{Ooops! Nicht mit Hesse-Matrix entscheidbar.}$$

$\Downarrow$

Nochmal genau hingucken:
$(x+y-3)^4 + (x-y-1)^6$ ist
nur für $(x|y) = (2|1)$ gleich 0
und sonst immer positiv,
weil nur an $(2|1)$ beide
Klammern null werden.
Also lok. Min. an $(2|1)$
((und globales Min.)).

3) $y(0{,}5\,Hz; 1s) = \sin(2\pi \cdot 0{,}5\,\cancel{Hz} \cdot 1\cancel{s})$
$= \sin(\pi) = \underline{0}$

	an $(0{,}5\,Hz \mid 1s)$:
$\frac{\partial y}{\partial f} = 2\pi t \cos(2\pi f t)$	$\rightarrow 2\pi s \cdot (-1)$
$\frac{\partial y}{\partial t} = 2\pi f \cos(2\pi f t)$	$\rightarrow 2\pi Hz \cdot (-1)$

Also liegt y in linear
Näherung

$\downarrow$

zwischen

$$\left.\begin{aligned} 0 &- 2\pi\,\cancel{s}\cdot 0{,}01\,\cancel{Hz} \\ &- 2\pi\,\cancel{Hz}\cdot 0{,}1\,\cancel{s} \end{aligned}\right\} = -0{,}22\pi$$

und

$$\left.\begin{aligned} 0 &+ 2\pi\,\cancel{s}\cdot 0{,}1\,\cancel{Hz} \\ &+ 2\pi\,\cancel{Hz}\cdot 0{,}1\,\cancel{s} \end{aligned}\right\} = 0{,}22\pi$$