

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 29. Januar 2013

Jörn Loviscach

Versionsstand: 27. Januar 2013, 22:10



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in ILIAS-Gruppe

Fingerübungen

- Finden Sie alle reellen Zahlen x , die $\log_3\left((1 + 10^x)^2\right) = 6$ erfüllen.
- Lösen Sie die Ungleichung $|x^2 - 1| \leq 3$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch.
- Die Seite a eines Dreiecks hat die Länge 4, die Seite b die Länge 5. Zwischen diesen beiden Seiten ist der Winkel $\gamma = 40^\circ$. Berechnen Sie die Länge der Seitenhalbierenden, die vom Punkt A ausgeht und die Seite a halbiert.
- Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion

$$x \mapsto \frac{e^{3x} + 4}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- Bestimmen Sie den Betrag (das heißt: die Länge) der komplexen Zahl $\frac{1}{5+i}$.
- Eine stetige Zufallsgröße X nimmt nur Werte x zwischen 1 und 3 an. Sie habe für diese x die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x) = C \cdot (x - 2)^2$ mit einer festen, aber zunächst unbekanntem Zahl $C > 0$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von X unter $\frac{3}{2}$ liegt?

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie alle komplexen Zahlen z an, welche die Gleichung $(z^2 + 1)(z^2 - 1) = 15$ erfüllen. (Vorsicht: Auf der rechten Seite dieser Gleichung steht eine 15.) Schreiben Sie jede dieser Zahlen als $a + bi$ mit reellen Zahlen a und b .
8. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) - 1$ auf dem Intervall $x \in [0; 2\pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
9. Bestimmen Sie dieses Integral:

$$\int_2^3 \frac{x-1}{x+1} dx.$$

10. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an (keine Begründung nötig).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sin(n) + 13n}{1 + n^2}$$

11. Ein Affe hämmert wild auf einer Schreibmaschine herum. Er „tippt“ so zufällig 100 Zeichen, verwendet dabei nur die 26 Kleinbuchstaben von a bis z und jeden davon mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in den 100 Zeichen *genau* 42-mal der Buchstabe z vorkommt?
12. Ein Rotationskörper hat als Rotationsachse die x -Achse. Sein Querschnitt ist die rechte Hälfte der Einheitskreisscheibe ($x \geq 0$). Bei welcher x -Koordinate liegt sein Schwerpunkt?