

# 26

## Wahrscheinlichkeit

Jörn Loviscach

Versionsstand: 21. September 2013, 15:56

Die nummerierten Felder sind absichtlich leer, zum Ausfüllen beim Ansehen der Videos:  
<http://www.j3L7h.de/videos.html>



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

---

Bitte hier notieren, was beim Bearbeiten unklar geblieben ist

### 1 Ereignisse

Bevor man sich in der Wahrscheinlichkeitslehre = Stochastik Gedanken darüber macht, was Wahrscheinlichkeiten sind, überlegt man sich, *wovon* man Wahrscheinlichkeiten bestimmt – nämlich von Ereignissen [events]. Dies wären anschauliche Ereignisse:

---

1

Ereignisse treten ein oder nicht (oder sind eingetreten oder nicht). Zwei Ereignisse  $A$  und  $B$  sind gleich, wenn  $A$  dann und nur dann eintritt, wenn  $B$  eintritt. Dies

wären gleiche Ereignisse für den Wurf eines Würfels:

2

Als Modell für Ereignisse haben sich Mengen durchgesetzt. Vereinigung, Schnitt und Komplement von Ereignissen haben jeweils die offensichtliche Bedeutung:

3

Als Spezialfälle gibt es das unmögliche Ereignis:

4

Und das sichere Ereignis:

5

Schon jetzt ist klar, welche Wahrscheinlichkeiten zumindest diese beiden spezielle Ereignisse haben werden:

6

Zwei Ereignisse mit leerer Schnittmenge heißen unvereinbar = inkompatibel:

7

Oft zerlegt man Ereignisse sozusagen in atomare Teile: Elementarereignisse. Diese werden verwirrenderweise als *Elemente* von Ereignissen modelliert. So hat ein Würfel diese Elementarereignisse:

8

---

Damit kann man Ereignisse als Mengen hinschreiben:

9

---

Achtung: Die Zahl 3 zu würfeln, ist folgendes Ereignis:

10

---

## 2 Wahrscheinlichkeit

Für den Begriff Wahrscheinlichkeit [probability] gibt zwei wesentliche Interpretationen. Beide führen zum selben mathematischen Modell.

Bayesscher Wahrscheinlichkeitsbegriff:

11

---

Frequentistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff:

---

<sup>12</sup>

Eine Vorform des frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs ist der Laplace-  
sche Wahrscheinlichkeitsbegriff:

---

<sup>13</sup>

Der erscheint heute allerdings naiv, außer bei elementaren Rechnungen zu  
Würfeln, Lotto usw.

### 3 Kolmogorow-Axiome

Mathematisch modelliert man „Wahrscheinlichkeit“ als eine Abbildung:

---

<sup>14</sup>

Diese soll die drei Kolmogorow-Axiome erfüllen:

---

<sup>15</sup>

Daraus kann man viele weitere Eigenschaften herleiten. Zum Beispiel, welche  
Wahrscheinlichkeit das Gegenereignis eines gegebenen Ereignisses hat:

---

<sup>16</sup>

Oder, was die Wahrscheinlichkeit für die Vereinigungsmenge zweier beliebiger (also vielleicht nicht unvereinbarer) Ereignisse ist:

---

<sup>17</sup>

Beispiel: Ein (nicht idealer) Würfel sei so, dass die Elementarereignisse folgende Wahrscheinlichkeiten haben:

---

<sup>18</sup>

Dann kann man mit Hilfe der Kolmogorow-Axiome weitere Wahrscheinlichkeiten angeben:

---

<sup>19</sup>