Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 2. Oktober 2015

Jörn Loviscach

Versionsstand: 1. Oktober 2015, 13:24

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die Punkte (1|1|1), (4|3|2) und (1|2|3) gegeben. Enthält diese Ebene den Ursprung? Rechenweg!

2. Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $(x+1)y' \stackrel{!}{=} y$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 2$.

4. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' - y' \stackrel{!}{=} x$.

5. Lösen Sie die Differentialgleichung $\dot{y}(t) - 2y(t) \stackrel{!}{=} e^{-3t}$ zur Anfangsbedingung $y(0) \stackrel{!}{=} 5$ *mit Hilfe der Laplace-Transformation*. Rechenweg!

6. Hat die Funktion $f(x,y) := x^2y^3 - 8x^2 - y^3 + 8$ an der Stelle (1|2) ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie Ihre Antwort mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Kugel mit dem Radius 3 um den Ursprung gegeben. Geben Sie die Gleichung einer Tangentengerade an diese Kugel an, die durch den Punkt (1|2|3) läuft (keine eindeutige Lösung).

8. Der $\mathbb{R}^2$ wird an der Diagonalen $y = x$ gespiegelt und dann um +45° um den Ursprung gedreht. Geben Sie die Matrix an, mit der man diese Abbildung so schreiben kann: neuer Ortsvektor = Matrix mal alter Ortsvektor.

9. Geben Sie eine Matrix an, deren Kern gleich der folgenden Ebene ist (keine eindeutige Lösung):
$$\lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

10. Finden Sie näherungsweise eine Lösung der Gleichung $\ln(x) = \frac{9}{8}$, indem Sie $\ln(x)$ an der Stelle $x = e$ quadratisch nähern.

11. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_3 für die Funktion f, welche die Periode 2 hat, für $t \in [-1;0)$ gleich 0 ist und für $t \in [0;1)$ gleich $\sin(\pi t)$ ist. Schreiben Sie $\sin(\cdots)$ dazu mit $e^{i\cdots}$.

12. Gehen alle Lösungen der Differentialgleichung $y'' + 4y' + 13y \stackrel{!}{=} 0$ für $x \to \infty$ gegen null? Begründung!