Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 27. Juli 2018

Jörn Loviscach

Versionsstand: 27. Juli 2018, 16:56

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die Punkte $A(3|2|1)$, $B(2|5|3)$ und $C(4|4|4)$ gegeben. Bestimmen Sie die Schnittmenge dieser Ebene mit der y-Achse.

2. Lösen Sie dieses Gleichungssystem streng (!) mittels Gaußscher Elimination:

$$\begin{aligned} x+y &= 1\\ 2x+y+z &= 2\\ 3x-4y+3z &= 3\\ y+3z &= 4 \end{aligned}$$

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} 3+y$ zur Anfangsbedingung $y(1) \stackrel{!}{=} 5$.

4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} x^3 y$ zur Anfangsbedingung $y(1) \stackrel{!}{=} 5$. (Beachten Sie den Unterschied zur vorigen Aufgabe!)

5. Schätzen Sie $\sqrt{103}$ durch eine geeignete lineare Näherung.

6. Berechnen Sie das Volumen folgendes Körpers im $\mathbb{R}^3$: Seine Grundfläche in der xy-Ebene ist das Kreissektor (Tortenstück) mit $0 \leq r \leq 3$ und $0 \leq \phi \leq \pi/4$. In der Höhe reicht er von $z=0$ bis $z=10+r$.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Jeder Ortsvektor des $\mathbb{R}^2$ soll erst an der x-Achse gespiegelt werden und dann an der Gerade $y = x$ gespiegelt werden. Geben Sie die Einträge der Matrix M an, so dass

$$\mathbf{x}_{\text{nach Spiegelungen}} = M\mathbf{x}_{\text{original}}.$$

8. Bestimmen Sie Bild und Rang der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$. Was besagt dieser Wert des Rangs über die Lösungen von linearen Gleichungssysteme mit dieser Koeffizientenmatrix?

9. Begründen Sie, dass diese Matrix keinen Eigenwert 5 hat:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 6y' + 9y \stackrel{!}{=} 0.$$

11. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_0 und b_3 für die Funktion f, welche die Periode 5 hat, für $t \in [0;3)$ gleich t ist und für $t \in [3;5)$ gleich 0 ist.

12. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{(s^2+4)(s+1)}$ ist.