

Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 14. Juli 2023

Jörn Loviscach

Versionsstand: 13. Juli 2023, 23:07



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Bestimmen Sie den Kern der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Bestimmen Sie den Wert der Unbekannten z dieses Gleichungssystems *streng* mittels Cramer-Verfahren:

$$\begin{aligned} x - y &= 0 \\ x - z &= 1 \\ y - 5z &= 2 \\ y - w &= 3 \end{aligned}$$

3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $\ddot{x}(t) + 6\dot{x}(t) + 11x(t) \stackrel{!}{=} 23$.
4. Lösen Sie die Differentialgleichung $x^2 y' \stackrel{!}{=} y^3$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 5$.
5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_5 und b_5 für die Funktion f , welche die Periode 10 hat, für $t \in [-2; 2)$ gleich 0 ist und für $t \in [2; 8)$ gleich 3 ist. Nutzen Sie die Symmetrie aus!
6. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{s+2}{s^2-9}$ ist.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Im \mathbb{R}^3 sind zwei Geraden gegeben: Die eine läuft durch die beiden Punkte $(1|2|3)$ und $(2|4|7)$; die andere läuft durch die beiden Punkte $(3|4|5)$ und $(7|6|5)$. Bestimmen Sie rechnerisch einen Richtungsvektor der Geraden, die diese Geraden beide senkrecht schneidet.
8. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y''' - 9y \stackrel{!}{=} \sin(2x)$. Achtung: Dritte Ableitung!
9. Geben Sie die 2×2 -Matrix an, die den Eigenvektor $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ mit dem Eigenwert 0 hat und den Eigenvektor $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit den Eigenwert 2 hat.
10. Schätzen Sie $\sin(\sin(0,01))$ durch eine quadratische Näherung.
11. Skizzieren Sie die Höhenlinie $f(x, y) = 1$ der Funktion f , die für alle $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ durch $f(x, y) := 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$ definiert wird. Berechnen Sie außerdem den Gradientenvektor an der Stelle $(3|4)$ und zeichnen Sie ihn ein.
12. Berechnen Sie das Volumen zwischen $z = 0$ und $z = xy$ über dem Dreieck in der xy -Ebene mit den Eckpunkten $(2|2)$, $(4|2)$, $(4|4)$.