

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 31. Januar 2024

Jörn Loviscach

Versionsstand: 30. Januar 2024, 21:51



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Finden Sie alle reellen Zahlen x , die $\sqrt[3]{2^{x+5} + 7} = 10$ erfüllen.
2. Finden Sie alle komplexen Zahlen z , welche die Gleichung $z^3 + z^2 + z = 0$ erfüllen. Geben Sie für jede davon Real- und Imaginärteil an.
3. Geben Sie drei verschiedene Polynome an, die jeweils durch alle drei Punkte $(x|y) = (1|7), (2|0), (3|0)$ laufen. (Polynome sind genau dann verschieden, wenn ihre Funktionskurven verschieden sind.)
4. Skizzieren Sie das Verhalten dieser Funktion an ihren Nullstellen (Gibt es welche? Wo?) und an ihren Polstellen (Gibt es welche? Wo?) und geben Sie die Asymptote für $x \rightarrow \pm\infty$ an:

$$x \mapsto \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}$$

5. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung dieser Funktion:

$$x \mapsto \left(\frac{e^{2x}}{x^4 + 1} \right)^3$$

6. Ein Rotationskörper entsteht, indem der Graph der Funktion $f(x) = \sqrt{x \cos(x)}$ für $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ um die x -Achse rotiert. Bestimmen Sie das Volumen dieses Rotationskörpers.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Lösen Sie die Betragsungleichung $|x - 1|^2 \geq 3$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch.
8. Ein Dreieck hat die Seitenlängen $a = 3$ und $b = 5$. Zwischen diesen beiden Seiten liegt der Winkel $\gamma = 40^\circ$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks! Ist dieser eindeutig bestimmt?
9. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto \left| \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \right| + 1$ auf dem Intervall $x \in [0; 2\pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
10. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an; wenn nein, schreiben sie das. (Keine Begründung nötig, aber deuten Sie möglichst Ihren Gedankengang an.)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n^8) + \sqrt[3]{n^6 + 7}}{e^{8-n} + 9n^2}$$

11. Berechnen Sie dieses Integral:

$$\int_4^5 \frac{\sin(\ln(x))}{x} dx$$

12. Eine Zufallsgröße X nimmt mit der Wahrscheinlichkeit von 90% den Wert 1 und sonst den Wert a an. Dabei ist $a > 1$ eine feste, aber zunächst unbekannte Zahl. Man weiß, dass die Standardabweichung von X gleich 2 ist. Bestimmen Sie die Zahl a .