

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 17. Juli 2024

Jörn Loviscach

Versionsstand: 16. Juli 2024, 21:16



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

- Finden Sie alle reellen Zahlen x , die $\log_3(2^{x-1} + 4) = 2$ erfüllen.
- Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen z der Gleichung $z^4 + 4z^2 + 3 = 0$. Geben Sie die Lösungen in der Form $a + bi$ mit reellen a, b an.
- Eine Parabel hat den Scheitelpunkt $(2 | -1)$. Sie hat bei $(0 | 3)$ einen Schnittpunkt mit der y -Achse. Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel in der Form $y = ax^2 + bx + c$.
- Skizzieren Sie das Verhalten dieser reellen Funktion an ihren Nullstellen (Gibt es welche? Wo?) und an ihren Polstellen (Gibt es welche? Wo?) und geben Sie die Asymptote für $x \rightarrow \pm\infty$ an:

$$x \mapsto \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

- Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung dieser Funktion:

$$x \mapsto \left(\frac{\ln(x^2 + 1)}{e^x} \right)^2$$

- Eine Urne enthält 5 rote, 3 blaue und 2 grüne Kugeln. Es werden nacheinander drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugeln in der Reihenfolge rot, blau, grün gezogen werden?

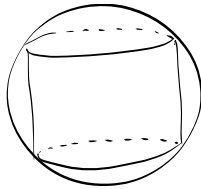
Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Lösen Sie die Ungleichung $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x-1}{x+2}$ für reelle x rechnerisch.
8. In einem Dreieck haben die Seiten a und b die Längen 5 bzw. 7. Der Flächeninhalt des Dreiecks ist 15. Bestimmen Sie den Winkel zwischen den beiden Seiten a und b . Ist dieser durch die Angaben eindeutig bestimmt?
9. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto \sin(\pi \cdot 2^{1-x}) + 1$ auf dem Intervall $x \in [0; 2]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
10. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an; wenn nein, schreiben sie das. (Keine Begründung nötig, aber deuten Sie möglichst Ihren Gedankengang an.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - \sin(2x) - 1}{4x}$$

11. Ein Zylinder (genauer: ein gerader Kreiszyylinder) ist in eine Kugel mit Radius 10 eingeschrieben. Bestimmen Sie die Höhe des Zylinders, für die sein Volumen maximal wird.



12. Berechnen Sie dieses Integral:

$$\int_1^7 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$