

Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 18. Juli 2025

Jörn Loviscach

Versionsstand: 18. Juli 2025, 08:48



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Finden Sie den Wert von w (und nur w !) für dieses Gleichungssystem streng (!) mit der Cramerschen Regel:

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\5x + z &= 2 \\x + 7w &= 3 \\y - z &= 4\end{aligned}$$

2. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ hat die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ reelle Eigenwerte?
3. Schätzen Sie den Wert von $\frac{1}{0,99^2}$ durch quadratische Näherung.
4. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y \stackrel{!}{=} \sin(2x)$.
5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_5 für die Funktion, welche die Periode 3 hat, für $t \in [0, 1)$ gleich 0 ist und für $t \in [1, 3)$ gleich t ist.
6. Finden Sie die Funktion, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^3 + 9s}$ ist.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Bestimmen Sie die 2×2 -Matrix, welche die Spiegelung des \mathbb{R}^2 an der Gerade $\lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ beschreibt.
8. Eine 4×4 -Matrix hat die Determinante -23 . Was können Sie über Bild, Rang und Defekt dieser Matrix aussagen?
9. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y^2 y' + x^3 \stackrel{!}{=} 0$.
10. Lösen Sie die Differentialgleichung $y'' - y' \stackrel{!}{=} x^2$ zur Anfangsbedingung $y(0) \stackrel{!}{=} 0$, $y'(0) \stackrel{!}{=} 1$.
11. Eine gekrümmte Fläche im \mathbb{R}^3 ist beschrieben durch $z = x^2 + y$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Welcher Punkt $(x|y|z)$ dieser Fläche liegt dem Punkt $(0|1|2)$ am nächsten?
12. Der Wert der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ hängt nur vom Abstand r vom Ursprung ab und beträgt e^{-r} . Integrieren Sie diese Funktion über die (Voll-)Kugel mit Radius 7 und Mittelpunkt im Ursprung.

Die Aufgaben sind durch ChatGPT o3 inspiriert.