

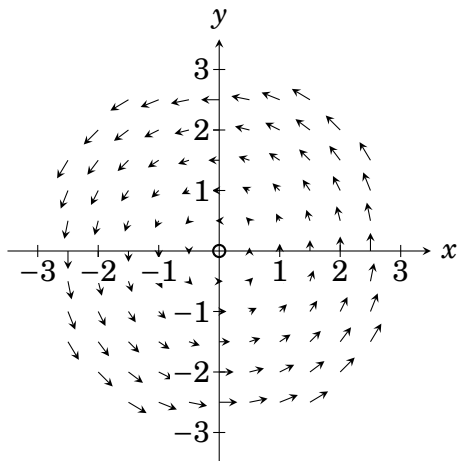


### Kreative Anwendung

- Die beiden Geraden  $y = 2x + 3$  und  $y = 2x + 7$  im  $\mathbb{R}^2$  sind parallel. Bestimmen Sie rechnerisch (!) deren (kleinsten) Abstand. (Formel für Taschenrechner genügt.)
- Die Determinante einer  $3 \times 3$ -Matrix ist  $\det(A) = 5$ . Aus der Matrix  $A$  entsteht die Matrix  $B$ , indem man jeden Eintrag von  $A$  verdoppelt. Geben Sie den Wert der Determinante  $\det(B)$  an (möglichst mit Begründung).
- Bestimmen Sie einen Eigenvektor (einer genügt!) der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

- Lösen Sie die Differentialgleichung  $y' - 3y \stackrel{!}{=} e^{3x}$  zur Anfangsbedingung  $y(0) \stackrel{!}{=} 2$ .
- Begründen Sie, dass dies *nicht* das Gradientenvektorfeld einer Funktion sein kann (einige Sätze):



- Berechnen Sie das Integral der Funktion  $f(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$  über die Kreisscheibe mit Radius 3 um den Ursprung. (Formel für Taschenrechner genügt)

*Die Aufgaben sind durch ChatGPT 5 und Gemini 2.5 Pro inspiriert.*