Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 7. April 2026

Jörn Loviscach

Versionsstand: 4. April 2026, 21:47:58

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Bestimmen Sie alle Eigenwerte und jeweils dazu einen Eigenvektor der Matrix
$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Lösen Sie $y \cdot y' \stackrel{!}{=} \cos(x)$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 5$.

3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von
$$y'' + 2y' + 5y = 0.$$
Gehen für $x \to \infty$ alle Lösungen gegen null?

4. Entwickeln Sie $f(x) = e^{(x^2)}$ an der Stelle $x_0 = 0$ bis zur zweiten Ordnung in x.

5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_4 für die Funktion mit Periode 3, die für $t \in [0,1)$ gleich 2 ist, für $t \in [1,2)$ gleich -2 ist und für $t \in [2,3)$ gleich 0 ist.

6. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{5}{(s-1)(s+4)}$ ist.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & az & = & 1 \\ 2x & + & 5y & + & 3z & = & 4 \\ x & + & 3y & + & z & = & 3 \end{array}$$

hat für einen bestimmten Wert von $a \in \mathbb{R}$ unendlich viele Lösungen. Bestimmen Sie diesen Wert von a und begründen Sie, warum das Gleichungssystem mit diesem a unendlich viele Lösungen hat.

8. Geben Sie eine 3×3-Matrix an, deren Bild (d. h. Spaltenraum) aus allen Vielfachen des Vektors $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ besteht. Geben Sie außerdem Rang und Defekt dieser Matrix an.

9. Im $\mathbb{R}^2$ sind die zueinander parallelen Geraden $y = -3x + 1$ und $y = -3x + 11$ gegeben. Bestimmen Sie deren Abstand (also die kürzeste Länge einer Verbindung dazwischen).

10. Die allgemeine Lösung einer linearen Differentialgleichung erster Ordnung sei $y(x) = Ce^{-3x} + 2$ mit einer frei wählbaren Konstante C. Was kann die Differentialgleichung gewesen sein?

11. Berechnen Sie das Integral der Funktion $f(x, y) = 3 + \sqrt{x^2 + y^2}$ über die Kreisscheibe mit Radius 2 um den Ursprung. (Polarkoordinaten!)

12. An welchen Punkten $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ besitzt die Funktion $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ eine horizontale Tangentialebene? Handelt es sich jeweils um ein lokales Maximum oder ein lokales Minimum oder kein lokales Extremum?

Die Aufgaben sind durch Claude Opus 4.6 inspiriert.